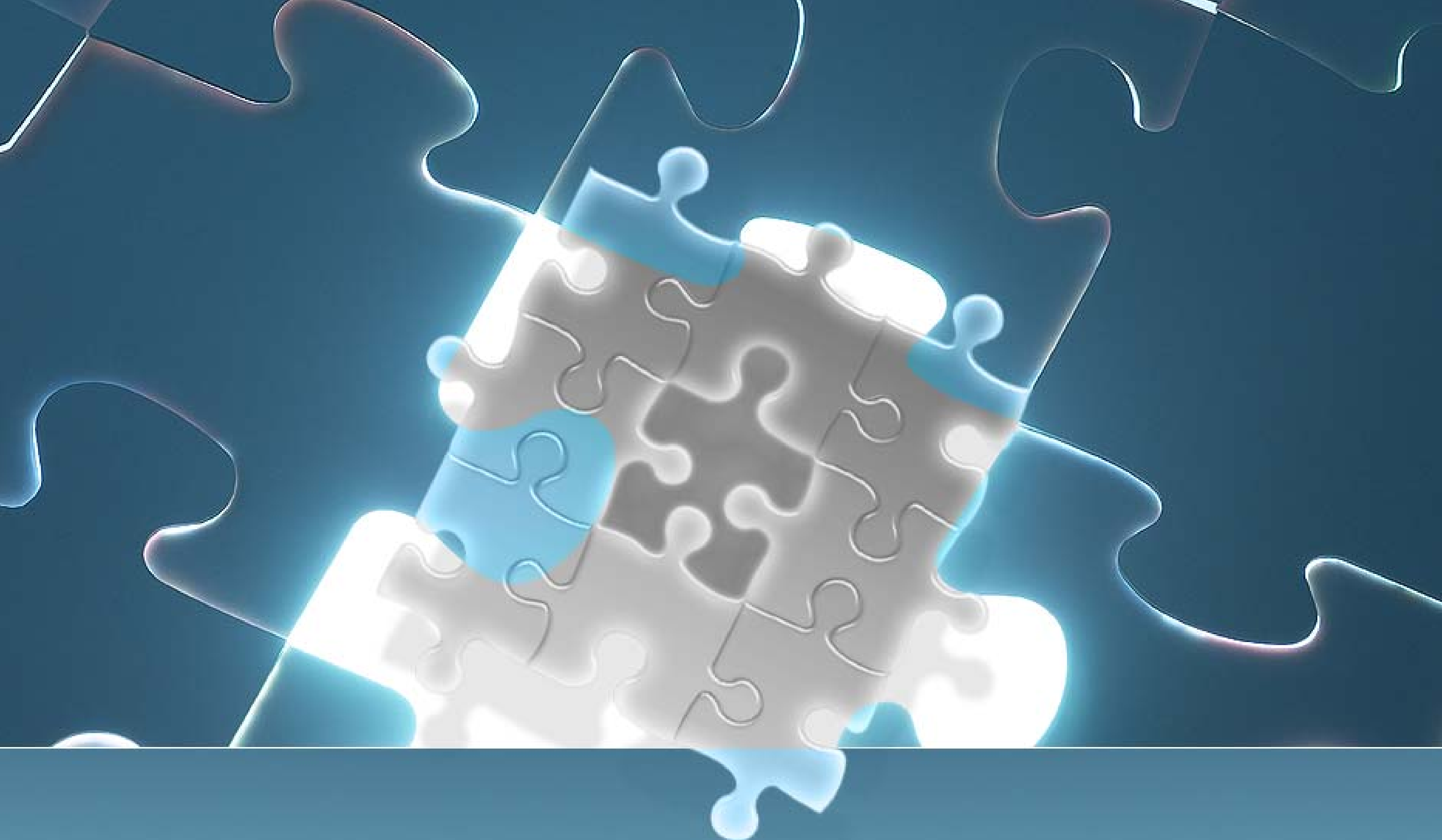


5. MJERE ASIMETRIJE I MJERE ZAOBLJENOSTI

5.1. MJERE ASIMETRIJE

- Mjeri se način rasporeda članova statističkog skupa prema nekoj vrijednosti, odnosno prema osi simetrije
- Promatra li se npr. razmještaj podataka prema aritmetičkoj sredini, uočit će se da je u nekim slučajevima taj razmještaj:
  - <u>Simetričan</u> – svakom odstupanju vrijednosti numeričke varijable od AS negativnog predznaka odgovara isto toliko odstupanje pozitivnog predznaka
  - <u>Pozitivno asimetričan</u> – prevladava odstupanje poz. predznaka
  - <u>Negativno asimetričan</u> - prevladava odstupanje neg. predznaka

- Način raspoređivanja ispituje se promatranjem odstupanja od AS, ali i drugih veličina, kao što su npr. medijan i mod

- Za mjerenje asimetrije polazna je veličina AS odstupanja vrijednosti numeričke varijable od sredine podignutih na treću potenciju – ***treći moment oko sredine*** :

za negrupirane vrijednosti

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \bar{x}\right)^3}{N}$$

za grupirane vrijednosti

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^3}{N}$$

- Da bi se uklonio utjecaj mjernih jedinica, definira se standardizirana mjera smjera i veličine asimetrije – ***koeficijent asimetrije*** α_3 :

$$\boxed{\alpha_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}}$$

- Za simetrične rasporede koeficijent je jednak 0

- Obično se kreće u intervalu od ± 2 , osim u slučaju vrlo jake asimetrije, kada može prijeći tu granicu

- Izračunavanje trećeg momenta oko sredine može se pojednostavniti oblikom:

$$\mu_3 = m_3 - 3m_1 m_2 + 2m_1^3$$

- *U prethodnom izrazu* m_r predstavlja pomoćne momente definirane za:

<u>negrupirane podatke</u>

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^r}{N} \quad , \quad r = 1, 2, \ldots$$

<u>grupirane podatke</u>

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^r}{N} \quad , \quad r = 1, 2, \ldots$$

- Numerička pouzdanost rezultata i pojednostavljenje se postiže upotrebom kodirane varijable *X*
  - Pomoćni momenti:

$$m_r{}' = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i^r}{N} \;,\quad m_r{}' = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i d_i^r}{N} \;,\quad r = 1, 2, \ldots$$

  - Treći moment oko sredine:

$$\mu_3 = b^2 \left(m_3{}' - 3m_1{}'m_2{}' + 2m_1{}'^3 \right)$$

- Koristeći pomoćne momente može se izračunati i standardna devijacija:

$$\sigma = \sqrt{m_2 - m_1^2} \quad \text{ili alternativno} \quad \sigma = b\sqrt{m_2' - m_1'^2}$$

- Koeficijent asimetrije koristi sva odstupanja vrijednosti numeričke varijable od AS i po tome je <u>potpuna mjera</u> asimetrije

ZADATAK 1.

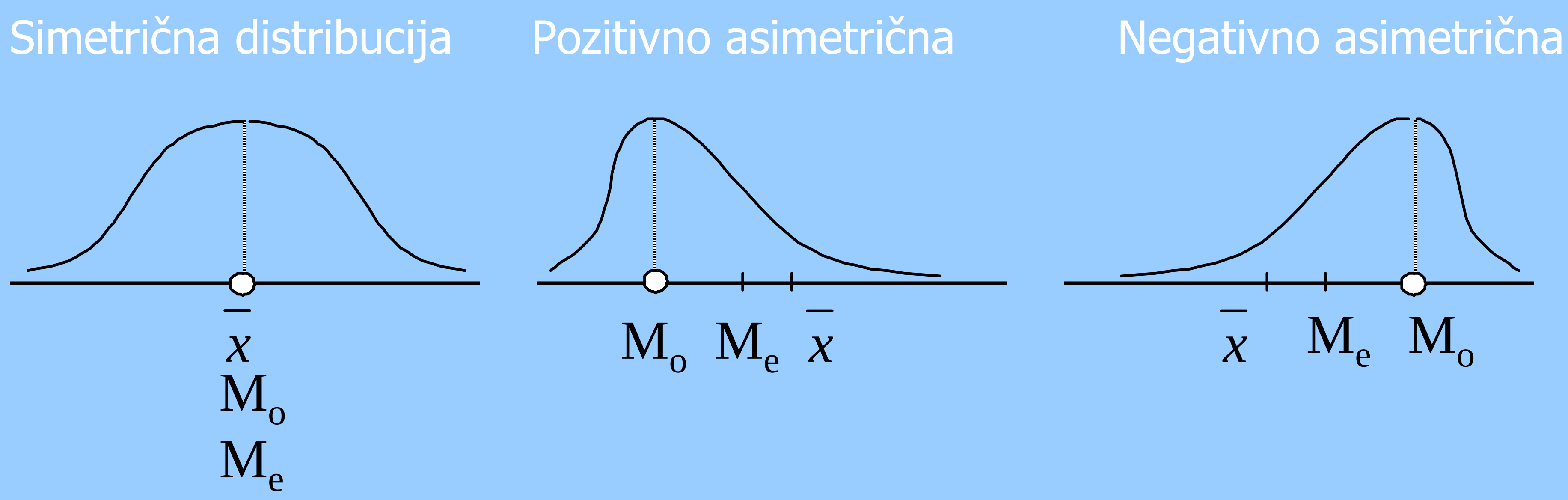
Na temelju niza distribucije

x	2	4	6	10	15
f	20	30	40	10	6

Izračunajte koeficijent asimetrije α_3

Rj. $\alpha_3 = 1.45$

- ***Pearsonova mjera asimetrije*** temelji se na odnosima AS i moda, odnosno medijana u numeričkom nizu



- Pearsonove mjere su dane izrazima:

$$S_k = \frac{\overline{x} - M_0}{\sigma}$$

i

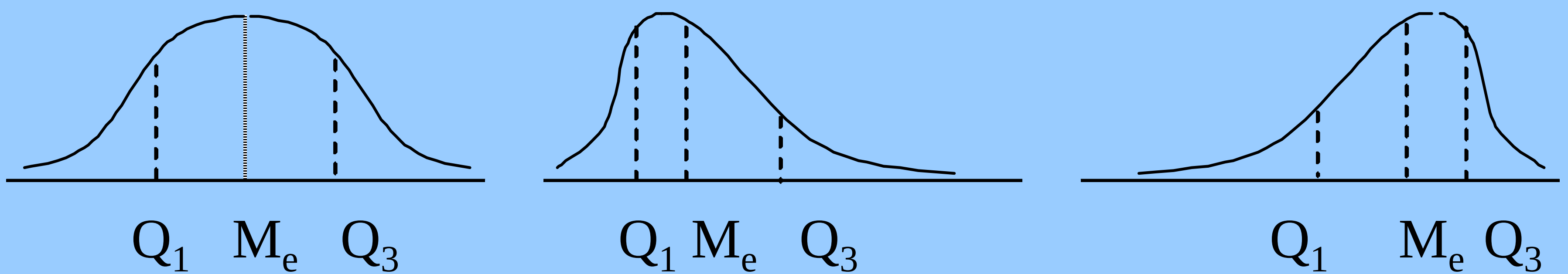
$$S_k = \frac{3\left(\overline{x} - M_e\right)}{\sigma}$$

Uobičajeno poprima vrijednosti iz intervala ± 3

- Ta je mjera standardizirano odstupanje vrijednosti medijana ili moda od AS. U simetričnim distribucijama kontinuirane varijable sve su tri vrijednosti jednake pa je Pearsonova mjera jednaka 0, u pozitivno asimetričnim mjera je pozitivna, a u negativno asimetričnim je negativna

- ***Bowleyeva mjera asimetrije*** temelji se na odnosima kvartila i medijana

Simetrična distribucija   Pozitivno asimetrična   Negativno asimetrična



- Bowleyeva mjera je dana izrazom:

$$S_{kQ} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M_e}{Q_3 - Q_1}$$

Uobičajeno poprima vrijednosti iz intervala ± 1

- U simetričnim distribucijama Bowleyeva mjera jednaka je 0, u pozitivno asimetričnim mjera je pozitivna, a u negativno asimetričnim je negativna
- Bowleyeva i Pearsonova mjera su <u>nepotpune mjere</u> asimetrije i manje su informativne od koeficijenta asimetrije, ali se izračunavaju jednostavnije i brže

5.2. MJERA ZAOBLJENOSTI

- Mjerom zaobljenosti upotpunjuje se predodžba o izgledu distribucije – brojčano opisuje zaobljenost u okolini modalnog vrha

- Koeficijent je dan izrazom: $\alpha_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$

- Zaobljenost se uspoređuje i mjeri prema zaobljenosti modalnog vrha *normalne ili Gaussove distribucije* (najpoznatija i najvažnija teorijska distribucija - opisana će biti na jednom od sljedećih predavanja).

- Zaobljenost normalne distribucije mjerene koeficijentom zaobljenosti α_4 iznosi 3. Ako je:
  - $\alpha_4 > 3$ distribucija je šiljastija (užeg i višeg vrha) od normalne
  - $\alpha_4 < 3$ distribucija je plosnatija (niža i šira) od normalne
- Za vrednovanje rezultata koristi se i *pravokutna ili uniformna distribucija* – graf (ako je varijabla kontinuirana) je paralela s osi *x*, a njezin $\alpha_4 = 1.8$. Ako je:
  - $0 < \alpha_4 < 1.8$ distribucija ima oblik slova U

- Da bi se izračunala vrijednost koeficijenta α_4 potrebno je odrediti vrijednost četvrtog momenta oko AS i vrijednost varijance

- četvrti moment oko AS je prosječno odstupanje vrijednosti numeričke varijable od njezine AS podignuto na četvrtu potenciju:

za <u>negrupirane vrijednosti</u>

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \overline{x}\right)^4}{N}$$

za <u>grupirane vrijednosti</u>

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i\left(x_i - \overline{x}\right)^4}{N}$$

- Izrazi za četvrte momente oko sredine pojednostavljuju se upotrebom pomoćnih momenata ili momenata na osnovi kodirane varijable:

$$\mu_4 = m_4 - 4m_1 m_3 + 6m_1^2 m_2 - 3m_1^4$$

i

$$\mu_4 = b^4 \left(m_4' - 4m_1' m_3' + 6m_1'^2 m_2' - 3m_1'^4 \right)$$

ZADATAK 2.

Na temelju niza distribucije:

x_i	f_i
5 – 10	38
10 – 15	5
15 – 20	29
20 – 50	288
50 – 80	148

izračunajte Pearsonovu i Bowleyevu mjeru asimetrije te koeficijent zaobljenosti

Rj. S_k=0.4, S_{kQ}=0.07, α_4=2.23

LITERATURA

- Šošić, I., PRIMIJENJENA STATISTIKA, Školska knjiga, Zagreb, 2006.
- Šošić, I., Serdar, V., UVOD U STATISTIKU, Školska knjiga, Zagreb, 2002.
- Rozga, A., STATISTIKA ZA EKONOMISTE, Ekonomski fakultet Split, 1997.
- Gogala, Z., OSNOVE STATISTIKE, Sinergija, Zagreb, 2001.